

ERWIN SCHRÖDINGER

Sulla cresta dell'onda

Piergiorgio Odifreddi

Ottobre 1996

Ondeggiamenti

Erwin Schrödinger (Vienna, 1887–1961) fu uno dei tre padri della meccanica quantistica, insieme a Werner Heisenberg e Paul Dirac, e con essi ricevette il premio Nobel per la fisica nel 1933.¹

Personalmente, fu un eccentrico: insegnava in maglietta e in maniche di camicia, e andava ai congressi vestito da tirolese e con lo zaino, in tempi in cui erano di regola colletto inamidato e polsini; si metteva perle nelle orecchie per isolarsi dal rumore; litigava per poche sterline con i suoi benefattori; sosteneva che la (sua) creatività era intimamente legata al sesso; essendo molto creativo, ebbe molte amanti, oltre a tre figlie da tre donne diverse, nessuna delle quali era la moglie, e due delle quali erano adolescenti; la prima figlia e la madre costituirono una famiglia a quattro con Schrödinger e la moglie, la seconda rimase con la madre fino a che questa divorziò (fu poi affidata al padre putativo), e la terza fu allevata dalla moglie di Schrödinger fino a che la madre la rapì dopo qualche anno (il padre non la rivide mai più); considerando gli statunitensi dei barbari, rifiutò un posto all'Institute di Princeton perchè non gli sarebbe stato permesso di vivere apertamente in bigamia, cosa che invece potè fare a Dublino; descrivendo i paesi dove visse, sosteneva che in Germania ciò che non è permesso è proibito, in Inghilterra ciò che non è proibito è permesso, e solo in Austria e Irlanda si può fare ciò

¹In realtà, benchè assegnati nello stesso anno, ad Heisenberg andò il premio del 1932, e a Schrödinger e Dirac quello del 1933.

che si vuole, permesso o proibito che sia; non stupisce certo venire a sapere che la moglie finì per tentare il suicidio, e rimase in cura per anni.

Politicamente, fu un ingenuo: quando i fisici antisemiti tedeschi organizzarono nel 1925 una ripetizione dell'esperimento di Michelson-Morley sulla costanza della velocità della luce, con l'intento di mostrare che Einstein aveva torto, egli difese la loro professionalità; quando Hitler salì al potere nel 1933, abbandonò la cattedra di Berlino e la Germania, e fu l'unico scienziato (con Einstein) il cui nome venne cancellato dalla storia ufficiale dell'Accademia Prussiana; quando Hitler invase l'Austria nel 1938, si dichiarò pubblicamente a favore dell'*Anschluss*, e chiese ad un'amante ebrea di bruciare le sue lettere; epurato comunque dalla cattedra di Vienna perchè "politicamente inaffidabile", scappò in Inghilterra ma si rifiutò di giustificare il suo poco onorevole comportamento, facendo ricordare a qualcuno che, come disse il re di Hannover, "i professori si possono comprare come puttane".

Filosoficamente, fu un non ortodosso: ammirava i mistici, ma disprezzava le pratiche religiose e la teologia ufficiale; per tutta la vita rimase sia un seguace della filosofia olistica e idealista del Vedanta, che un oppositore dell'interpretazione analogamente olistica e idealista della meccanica quantistica.

Scientificamente, fu un conservatore: la sua descrizione dei fenomeni atomici in termini di funzioni d'onda fu un esplicito tentativo di appellarsi ad un formalismo classico per farla finita con i "dannati salti quantistici" e i paradossi della nuova fisica, di cui il suo gatto divenne però il più famoso esempio; e per tutta la vita rimase, quasi isolato, a favore di un'interpretazione realista dell'onda.

Epistemologia e ontologia del microcosmo

La quantizzazione dei fenomeni subatomici, iniziata nel 1900 da Max Planck per l'energia, e proseguita nel 1905 da Albert Einstein per la luce, e da Niels Bohr nel 1913 per le orbite degli elettroni, riuscì a spiegare alcuni fenomeni classicamente inspiegabili: rispettivamente, la radiazione del corpo nero, l'effetto fotoelettrico, e le righe spettrali dell'atomo di idrogeno.

Essa lasciava però aperti enormi problemi di interpretazione: ad esempio, secondo il modello dell'atomo di idrogeno di Bohr l'elettrone poteva occupare soltanto orbite il cui raggio era un multiplo intero di una certa lunghezza, e con l'acquisto o la perdita di energia esso doveva quindi saltare istanta-

neamente da una di queste orbite all'altra, senza poter passare per posizioni intermedie.

I quanti costituivano l'apoteosi della discretizzazione della fisica iniziata con l'ipotesi (risalente a Democrito, nel secolo V a.C., e ritornata in voga nell'ottocento) di una materia costituita da atomi, e cozzavano frontalmente con la continuità dei fenomeni meccanici ed elettromagnetici (descritti da un formalismo classico che utilizza numeri reali).

Era dunque naturale adottare, per la descrizione dei fenomeni quantistici, un formalismo di tipo discreto: e fu appunto ciò che fece nel 1925 Werner Heisenberg, usando ciò che fu immediatamente riconosciuta da Max Born (premio Nobel nel 1954) come un'algebra non commutativa di matrici infinite. La trattazione rimaneva però puramente formale, come spesso accade nella matematica discreta: essa permetteva di fare conti, ma non di visualizzare i fenomeni descritti.

Nel 1926 Schrödinger trovò una descrizione alternativa a quella di Heisenberg, che poi dimostrò essere ad essa equivalente, in termini di funzioni continue periodiche del tipo usuale nella fisica matematica. Essa si esprime mediante un'equazione che è la più citata del secolo nei lavori scientifici (non nelle opere divulgative, per sua fortuna, a causa dell'aspetto misterioso):

$$i\hbar\dot{\Psi} = H\Psi.$$

Anche senza volerlo, si nota immediatamente la simbolica presenza del numero immaginario i , cioè $\sqrt{-1}$: essa sottolinea il passaggio dalle descrizioni reali (nel senso sia matematico che comune) della fisica classica, a quelle immaginarie (nello stesso senso) della fisica moderna.²

A differenza di Schrödinger, che cercò sempre di interpretare la funzione Ψ come la descrizione dell'evoluzione ontologica di una vera onda di materia, i fisici hanno infatti preferito seguire in questo Born, che immediatamente interpretò la Ψ come la descrizione dell'evoluzione epistemologica di una astratta onda di probabilità.³ Il che lascia (e vuole lasciare) irrisolto il problema di descrivere che cosa succede veramente all'interno dell'atomo:

²La quantità $i\hbar$ apparve per la prima volta in un lavoro di Schrödinger del 1922, riapparve nel formalismo di Heisenberg del 1925 come misura della non commutatività, e trovò la sua collocazione definitiva nell'equazione di Schrödinger del 1926. Chi non riuscisse bene ad interpretarla, è in buona compagnia: ad esempio, ancora nel 1972 Dirac diceva che "il suo significato fisico è oscuro".

³Poichè le probabilità si ottengono moltiplicando la funzione d'onda Ψ per la sua com-

problema che Bohr e Heisenberg, e dopo di loro la maggioranza silenziosa, decisero di considerare semplicemente senza senso, una di quelle domande che la buona educazione (fisica) non permette di fare.

Naturalmente, voler esorcizzare un problema dichiarandolo inesistente non può soddisfare che degli struzzi, fra i quali dobbiamo evidentemente annoverare quasi tutti i fisici. Soltanto tre padri fondatori fecero infatti udire voci dissonanti: Einstein, col *paradosso di Einstein, Podolski e Rosen*, che fu il primo passo di un cammino che portò al famoso teorema di Bell;⁴ Louis de Broglie (premio Nobel nel 1929), col concetto di *onda pilota*, che fu adottato da David Bohm per una interpretazione deterministica della meccanica quantistica; e Schrödinger stesso, con il famoso *paradosso del gatto*.

L'idea dell'interpretazione probabilistica è che, a livello profondo, la realtà è come uno schermo su cui vengono proiettati più film in sovrapposizione, e con risoluzioni diverse (che corrispondono alle probabilità). Il motivo per cui essa non appare così a noi, è che possiamo guardare lo schermo soltanto mediante filtri (i nostri sensi, o gli apparati sperimentali), che permettono di vedere solo uno dei vari film. È soltanto quando si guarda (o si fa un esperimento) che la realtà passa (per noi) dalla sovrapposizione di proiezioni ad una proiezione singola.

Consideriamo ora una stanza ermeticamente chiusa in cui vengono posti un gatto e un flacone di gas velenoso, al di fuori della portata del gatto, e che si rompe nel caso che avvenga un particolare fenomeno subatomico (ad esempio, la disintegrazione di un atomo di un materiale radioattivo). Secondo l'interpretazione probabilistica, fino a quando non si guarda nella stanza la realtà dovrebbe stare nella sovrapposizione di stati che corrisponde a due possibilità: fotone emesso o no, e dunque flacone rotto o intero, e dunque gatto morto o vivo. Solo nel momento in cui si guardi dentro la stanza, dovrebbe avvenire il passaggio ad una delle due possibilità.

Secondo Schrödinger la cosa è paradossale, perchè il gatto o è vivo o è

plessa coniugata $\bar{\Psi}$, Schrödinger arrivò nel 1931 a proporre un'interpretazione (riscoperta da John Cramer nel 1986) secondo cui la Ψ viaggia dal passato al futuro, e la $\bar{\Psi}$ dal futuro al passato, così che il prodotto $\Psi\bar{\Psi}$ descrive il loro incontro nel presente. Più concisamente, Lawrence Bragg (premio Nobel nel 1915) ha descritto la situazione dicendo che *tutto ciò che sta nel futuro è un'onda* (di probabilità), e *tutto ciò che sta nel passato una particella* (di materia): di qui deriverebbe la doppia natura complementare, di onda e di particella, del presente.

⁴Vedi *Per chi suona la campana*.

morto, e non ha senso dire che se il flacone si rompe il gatto non muore, bensì rimane sia vivo che morto fino a che qualcuno guardi dentro la stanza. Ma, per ironia della sorte, la maggioranza silenziosa dei fisici considera oggi il gatto non un paradosso, bensì un'ottima illustrazione di un aspetto non classico della meccanica quantistica, ed il nome di Schrödinger è noto al grande pubblico più per questo suggestivo esperimento di pensiero che per la misteriosa equazione d'onda.

Che cos'è la vita?

Già nel 1933 Schrödinger aveva tenuto a Berlino una conferenza dal titolo *Perchè gli atomi sono così piccoli?*: poichè la sua pietra di paragone erano gli organismi viventi, egli si domandava perchè questi avessero così tanti atomi, e trovava la risposta nella natura delle leggi della fisica atomica. In altre parole, poichè i singoli atomi esibiscono un comportamento casuale e disordinato, soltanto un numero di atomi rilevante da un punto di vista statistico poteva esibire comportamenti deterministici e regolari.

Nel 1944 Schrödinger ripresentò l'idea in apertura del fortunato libro *Che cosa è la vita?*, questa volta però come esempio dell'ingenuità dell'approccio del fisico ai problemi della biologia. Era stata infatti nel frattempo scoperta l'esistenza dei cromosomi: di molecole cioè che, pur essendo costituite da un numero di atomi non rilevante dal punto di vista statistico, determinano lo sviluppo e la riproduzione degli organismi viventi in maniera tutt'altro che casuale.

Una prima osservazione di Schrödinger fu che il piccolo numero di atomi di un cromosoma non poteva contenere esplicitamente la descrizione dell'organismo necessaria per la riproduzione: questa doveva dunque essere codificata mediante qualche *codice genetico*.

Una seconda osservazione prendeva le mosse da un fatto sperimentale scoperto negli anni '20: poichè l'assorbimento di radiazione (ad esempio, raggi X) produce un enorme aumento del numero di mutazioni della drosophila (un insetto della frutta), si poteva supporre l'esistenza di un meccanismo di interazione attraverso il quale i quanti di radiazione modificassero chimicamente il centro di informazione del cromosoma, cioè il gene (fornendo l'energia sufficiente a trasformare la molecola in un suo isomero, cioè un'altra

molecola costituita degli stessi atomi ridisposti in maniera differente⁵).

Si potevano dunque postulare la possibilità di una spiegazione fisica dei meccanismi riproduttivi in generale, e la rilevanza biologica della meccanica quantistica in particolare. Come primo esempio di applicazione, Schrödinger stimava la dimensione del gene analizzando i dati sulle drosofile (l'intensità della radiazione, la grandezza dell'area irradiata, e la velocità della mutazione).

Un secondo esempio era l'ipotesi che la capacità degli organismi di andare contro la seconda legge della termodinamica, preservando la propria struttura ordinata, risiedesse nelle attività metaboliche: mangiando, bevendo e respirando, gli esseri viventi assumono alimenti ordinati dall'ambiente e restituiscono scorie disordinate, assorbendo la differenza di entropia.⁶ La terza legge della termodinamica permette l'evoluzione di sistemi senza perdita di entropia, a temperature vicino allo zero assoluto: evidentemente, per i sistemi biologici la temperatura ambiente è praticamente indistinguibile dallo zero assoluto.

Più che i risultati concreti, furono però le idee generali del libro a cambiare la genetica: ai biologi mostrò che essi dovevano conoscere la fisica moderna, ai fisici che essi potevano applicare le loro conoscenze alla biologia, e ad entrambi che la soluzione scientifica di alcuni dei problemi della vita poteva essere a portata di mano. Per citare solo un caso particolarmente significativo, un fisico (Francis Crick) ed uno studente (James Watson) rimasero affascinati dalla lettura, e si dedicarono allo studio dei geni: nel 1962 essi ottennero il premio Nobel per la medicina, per la scoperta della struttura elicoidale del DNA.

Che cos'è la coscienza?

Che cos'è la vita? conteneva una breve e controversa appendice, che l'editore irlandese si rifiutò di pubblicare: poiché Schrödinger a sua volta si rifiutò di ritirarla, i piombi furono rifiutati, e il libro dovette in seguito essere pubblicato

⁵La stabilità dei due isomeri (di partenza e di arrivo) è assicurata appunto dal fatto che le energie di entrambi sono minimi locali separati da un massimo locale, come due valli separate da una collina: senza un contributo energetico quale appunto quello fornito da un quanto di radiazione, non si può superare la collina e passare da una delle valli all'altra.

⁶'Metabolismo' (*μεταβάλλειν*) significa 'scambio', che a successivi livelli di approssimazione si può pensare essere di materia, di energia e di entropia negativa.

in Inghilterra.

La controversia nasceva da alcune implicazioni filosofiche che venivano tratte dall'ipotesi che le leggi fisiche della materia siano sufficienti a descrivere l'attività degli esseri viventi. Poichè infatti a noi sembra di dirigere coscientemente il nostro comportamento, l'unica conseguenza possibile sembra essere che la coscienza è in grado di controllare la materia, e dunque che "noi siamo Dio". Affermazione che Schrödinger sapeva suonare "blasfema e balzana" nell'Irlanda cattolica degli anni '40, ma che egli notava anche essere in armonia sia con una secolare esperienza mistica, che con la millenaria filosofia induista che postula l'identità della coscienza individuale (*atman*) con quella cosmica (*brahman*).

Il problema della vita conduceva quindi direttamente al più fondamentale problema della coscienza, che Schrödinger aveva già trattato una prima volta nel saggio inedito del 1925 *Cercando la via*, di cui la breve appendice a *Che cos'è la vita?* era un riassunto, e che riprese pubblicamente nel 1958 in *Mente e materia*.

Un primo spunto di riflessione fu questa volta l'osservazione che la coscienza è legata all'apprendimento per ripetizione: come mostrano innumerevoli esempi quotidiani, dal leggere e scrivere alla guida automobilistica, una volta imparate le tecniche non richiedono più un'attenzione cosciente, e possono venire eseguite in maniera completamente inconscia. Ancora una volta, Schrödinger traeva però da questa premessa conclusioni scandalose: che la presenza della coscienza in una specie vivente sia cioè il sintomo di un'evoluzione incompiuta, non ancora in grado di permettere il processo vitale in maniera puramente automatica. In particolare, la tensione fra le pulsioni personali ('io voglio') e i doveri sociali ('tu devi') dimostrerebbe che l'uomo si trova in mezzo ad un guado evolutivo: egli sta ancora trasformandosi da un primitivo essere individualista ad un superiore essere sociale, e solo a trasformazione completata diverrà parte di un organismo che potrà dirigerlo senza più richiederne la sua partecipazione cosciente (come già succede, ad esempio, per le api e le formiche).

Un secondo spunto di riflessione fu il cosiddetto 'paradosso aritmetico' della coscienza: come si possano cioè conciliare l'apparente unicità delle visioni del mondo con l'apparente pluralità delle coscienze (a livello sia orizzontale, fra gli individui umani, che verticale, fra le varie specie). Le soluzioni ovvie sono due: o esistono più mondi, o esiste una sola coscienza. Basandosi sull'osservazione che la coscienza viene sempre sperimentata indivisa e sin-

gola, anche nei casi di personalità multiple (in cui le varie personalità si alternano, ma non si sovrappongono), Schrödinger opta per la seconda soluzione: che le varie coscienze individuali siano soltanto modi diversi di riflettere una indivisa coscienza cosmica, come le immagini di uno stesso oggetto in una galleria di specchi.

Un terzo spunto di riflessione riguardava il problema centrale dell'epistemologia scientifica, la separazione cioè fra coscienza conoscente e mondo conosciuto, ed i relativi paradossi: l'aridità impersonale delle descrizioni scientifiche di una realtà che invece ci coinvolge così personalmente, e la sterilità dell'approccio scientifico per la soluzione dei problemi della coscienza.

È opinione diffusa che la meccanica quantistica abbia incrinato, se non distrutto, il confine fra soggetto e oggetto, mostrando la dipendenza dell'immagine del mondo dall'osservatore: non soltanto nel senso (ovvio) che ciò che percepiamo *deriva* dai nostri apparati percipienti (sia sensoriali che sperimentali), ma anche nel senso (meno ovvio) che quegli stessi apparati *determinano* ciò che percepiamo.

Ma Schrödinger andò molto oltre, sostenendo che è insensato dire che la barriera fra soggetto e oggetto si è spezzata, perchè questa barriera semplicemente non esiste: soggetto e oggetto coincidono, e il mondo ci è dato una volta sola e non due (una esistente e l'altra percepita). Il motivo per cui non lo ritroviamo nell'immagine scientifica del mondo, è che l'io percipiente è quell'immagine: identica col tutto, e dunque non riducibile ad una parte.

Che cos'è l'universo?

Il problema della coscienza portava dunque dritti al problema della realtà e dell'universo, che rappresentò un tema costante nella riflessione di Schrödinger: e simbolicamente, nell'anno della sua morte, egli riunì sotto il titolo *La mia visione del mondo* due saggi sull'argomento, scritti uno nel 1925 (il già citato *Cercando la via*) e l'altro nel 1960 (*Che cos'è reale?*), in cui venivano ripresi in forma sistematica molti degli argomenti già presentati nell'appendice a *Che cos'è la vita?*, e in *Mente e materia*.

La sua metafisica abbracciava sostanzialmente il monismo idealista vedantico, che riduce sia l'universo che le coscienze individuali ad un'unica coscienza cosmica. Le ragioni della scelta erano di natura logica: il monismo materialista non sa spiegare la coscienza, che è l'unica cosa di cui abbiamo percezione diretta, e il dualismo non sa spiegare i meccanismi delle interazioni

fra realtà e coscienza. Benchè questa posizione sia indubbiamente di natura metafisica, Schrödinger notava che comunque non lo è di più dell'assunzione di una realtà oggettiva, la quale in ogni caso non è direttamente osservabile.

Per uno scienziato, la riflessione filosofica sull'universo sarebbe però risultata monca senza una rielaborazione matematica: e infatti Schrödinger si dedicò a più riprese a studi cosmologici e relativistici, benchè con successi meno vistosi di quelli ottenuti in meccanica quantistica e in biologia.

Nel 1939 egli interpretò il *red shift* delle galassie come una conseguenza dell'espansione dell'universo, e mostrò che se l'espansione è più che lineare (ad esempio, esponenziale) è necessaria una creazione continua di materia (questa idea fu poi ripresa nel 1948 da Bondi, Gold e Hoyle in un famoso modello cosmologico). In seguito, dal 1943 al 1951 si interessò al problema dell'unificazione della fisica, cercando ciò che oggi viene chiamata una *teoria del tutto*, che inglobasse le teorie del microcosmo e del macrocosmo.

I primi passi in questa direzione erano stati compiuti nel 1918 da Hermann Weyl in *Spazio, tempo e materia*, e nel 1920 da Arthur Eddington in *Spazio, tempo e gravitazione*: alla curvatura dello spazio-tempo introdotta da Einstein per descrivere il campo gravitazionale, essi avevano aggiunto una seconda curvatura per descrivere il campo elettromagnetico. Eddington aveva poi cercato nel 1936, in *Teoria relativistica di protoni ed elettroni*, di unificare meccanica quantistica e relatività generale: la curvatura finita dello spazio diveniva la causa della quantizzazione dell'energia e dell'atomizzazione della materia, e le costanti fondamentali (la velocità della luce e il raggio dell'universo da un lato, la massa dell'elettrone e del protone, il quanto d'azione e il numero di particelle dell'universo dall'altro) risultavano essere misteriosamente collegate fra loro.

I vari tentativi avevano però finito col mostrare che, mentre l'unificazione era matematicamente possibile in tanti modi, nessuno di questi sembrava essere fisicamente significativo. Negli anni '40 ormai solo Einstein e Schrödinger procedevano in questa direzione, ancora una volta contro corrente rispetto alla maggioranza silenziosa. Entrambi raggiunsero indipendentemente la stessa formulazione basata sulla geometria affine, invece che su quella metrica come nella relatività generale.⁷ Schrödinger perse la testa per la sod-

⁷Nella geometria metrica l'uguaglianza di due figure si definisce come la possibilità di sovrapporre una all'altra mediante una serie di traslazioni, rotazioni e riflessioni, mentre nella geometria affine si permettono in aggiunta anche dilatazioni.

disfazione, sognò che avrebbe preso un secondo premio Nobel, e annunciò la sua scoperta con grande fragore, presentandola come la soluzione finale dei problemi della fisica: “il tipo di cose a cui i fisici avrebbero dovuto dedicarsi, invece di costruire la bomba atomica”. Einstein lo criticò duramente, sostenendo che “presentare tentativi preliminari come scoperte rivoluzionarie finisce col far apparire la scienza una repubblica delle banane, soggetta a colpi di stato ogni cinque minuti”.

Inutile aggiungere che, effettivamente, la grande unificazione si rivelò essere un buco nell’acqua: i tempi non erano ancora maturi, ed Einstein e Schrödinger non conoscevano le forze nucleari deboli e forti. Una teoria quantistica dell’elettromagnetismo, detta QED (*quantum electrodynamics*), fu sviluppata da Richard Feynman, Shin’ichirō Tomonaga e Julian Schwinger, premi Nobel nel 1965. L’unificazione delle forze nucleari con l’elettromagnetismo, detta *teoria standard*, fu sviluppata da Sheldon Glashow, Abdus Salam e Steven Weinberg, premi Nobel nel 1979. Una teoria quantistica della gravità, ed una sua unificazione con l’elettromagnetismo, rimangono però ancora problemi aperti, che oggi si tentano di risolvere ad esempio con la *teoria delle stringhe*.

Il fallimento di Schrödinger in questo particolare campo è dunque più imputabile alla grandiosità della ricerca che alle limitazioni del ricercatore. Anzi, ciò che l’ha accomunato ai pochi giganti scientifici del secolo (Einstein, Turing, von Neumann, Crick) è stato proprio il coraggio di scommettere la propria reputazione nel tentativo di aprire nuovi sentieri alla conoscenza, lasciando ai manovali un più tranquillo sviluppo delle strade battute.

Incarnando una sostanziale unità della cultura in tutte le sue manifestazioni, dalla meccanica quantistica alla cosmologia, dalla fisica alla biologia, dalla scienza alla filosofia e alla poesia, dal pensiero occidentale alla saggezza orientale, egli rappresentò l’avanguardia degli intellettuali integrati del futuro, che soppianteranno i lobotomizzati scienziati e umanisti del presente. Il suo insegnamento, ridotto all’osso, si può così ricondurre alla constatazione linguistica che un particolare sostantivo non ha plurale: più esplicitamente, che fino a quando ci saranno *due* culture, non ci sarà *nessuna* Cultura, ma soltanto *mezze* culture.

Bibliografia

La biografia ufficiale di Schrödinger è:

- Walter Moore, *Schrödinger. Life and thought*, Cambridge University Press, 1989.

Le sue opere espositive sono letture obbligate:

- *Che cos'è la vita?*, 1944 (Adelphi, 1994).
- *La scienza e l'umanesimo*, 1951.
- *La natura e i greci*, 1954.
- *Mente e materia*, 1958.
- *La mia visione del mondo*, 1960 (Garzanti, 1987).

I libri tecnici sono solo per specialisti:

- *Statistical thermodynamics*, 1946.
- *Space-time structures*, 1950.
- *Expanding universes*, 1956.

Ci sono infine anche dei versi, che forse non sono per nessuno:

- *Gedichte*, 1949 (*Poesie*, Garzanti, 1987).