IL GIOIELLO DELLA CORONA

Piergiorgio Odifreddi

Agosto 1995

Siamo disposti a scommettere che, se chiediamo di nominare un teorema di matematica a caso, la maggioranza delle persone risponderà: il *teorema di Pitagora*. Qualcuno si ricorderà anche l'enunciato, come una filastrocca: *in un triangolo rettangolo, il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti*. Probabilmente quasi nessuno saprebbe dimostrarlo su due piedi.

La storia del teorema di Pitagora testimonia sia la nascita della matematica come scienza, che la vitalità delle idee matematiche nelle loro successive trasformazioni. Già i Babilonesi, 2000 anni prima di Cristo e 1500 prima di Pitagora, ne conoscevano l'enunciato, ma la prima dimostrazione pervenutaci (che ci guarderemo bene dal propinare ai lettori in questa sede) è negli *Elementi* di Euclide, del 300 a.C.

Prima di affrontare una dimostrazione, bisogna però avere qualcosa da dimostrare. In matematica un'idea si presenta con una *intuizione* spesso banale, e il teorema di Pitagora non fa eccezione. Senza nessuna pretesa di una (impossibile) verosimiglianza storica, possiamo immaginare che nel nostro caso qualcuno abbia prima o poi notato, ad esempio facendo la doccia o il suo equivalente antico, che le piastrelle quadrate del bagno si possono dividere a metà come nella figura 1: metà piastrella è un triangolo rettangolo, e due piastrelle sono uguali a quattro metà.

Non tutti i frequentatori dei bagni saranno stati particolarmente sagaci, ma qualcuno prima o poi deve essersi chiesto se l'osservazione precedente fosse un accidente dovuto al fatto che le piastrelle sono quadrate, o se invece qualcosa di simile valesse anche con piastrelle rettangolari. Ecco dunque nascere la proposta di una *generalizzazione*, nella forma dell'enunciato del teorema di Pitagora.

Quello che però era evidente per le piastrelle quadrate, non lo è più per quelle rettangolari (che creano una situazione come nella figura 2: interessante, ma con due rettangoli e un rombo al posto di tre quadrati). Non c'è quindi nessun motivo di credere che il passaggio dai quadrati ai rettangoli preservi la proprietà notata sopra, a meno di non trovare la convinzione in una *dimostrazione*. Che non deve essere particolarmente difficile, come mostra la figura 3: basta ridisporre i triangoli in modo diverso, e la prova si mostra da se.

Una volta dimostrato un enunciato, il matematico vede se può andare oltre. Ad esempio, può chiedersi se è vero anche il suo *inverso*. Nel caso del teorema di Pitagora: se in un triangolo il quadrato costruito su uno dei lati è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due lati, il triangolo è rettangolo?

Non c'è nessun motivo a priori che faccia sì che, se un enunciato è vero, lo sia anche il suo inverso: ad esempio, può darsi che sia vero che se piove io esco con l'ombrello, senza che questo significhi che se esco con l'ombrello allora piove. Ma nel caso del teorema di Pitagora, per una fortunata coincidenza, anche il suo inverso è vero: in particolare, se un triangolo ha i lati di lunghezza 3, 4 e 5 allora è rettangolo (perchè $3^2 + 4^2 = 5^2$), e questo fatto era già usato dai soliti Babilonesi per tracciare angoli retti (usando corde con 12 nodi posti alla stessa distanza).

Le metamorfosi del teorema di Pitagora sono state molteplici nei secoli: nel 1637 Cartesio introdusse la *geometria cartesiana*, in cui esso diventa la formula per calcolare la distanza di due punti date le loro coordinate; nel 1829 e 1832 Nicholai Lobachevsky e Janos Bolyai introdussero la *geometria iperbolica*, che è caratterizzata dal fatto che il teorema di Pitagora non vale per qualche triangolo rettangolo; nel 1854 Bernard Riemann introdusse la *geometria riemanniana*, che è caratterizzata dal fatto che il teorema di Pitagora vale per triangoli rettangoli piccolissimi (infinitesimi), ...

Questi sviluppi mostrano come un granello di sabbia possa diventare col tempo, nell'ostrica della comunità matematica, una perla che continua a risplendere nostante la sua veneranda età.