

# LA VERA CARTOMANZIA

**Piergiorgio Odifreddi**

Maggio 1996

Pianificare la sfera, ridurre cioè la sua superficie ad un piano, è come voler quadrare il cerchio. Ma mentre ridurre un cerchio ad un quadrato è un problema che può anche venir considerato astratto, pianificare la sfera è estremamente concreto: lo dimostra l'uso generalizzato di carte stradali e geografiche.

Oltre ad essere utile, la soluzione del problema è anche difficile: poichè essa richiede una vera e propria divinazione matematica, il nome di *cartomanzia* sarebbe forse più indicato in questo contesto che in quello, molto più banale, della divinazione ciarlatanesca delle carte da gioco.

A prima vista, il problema sembra non sussistere: volendo riportare delle figure disegnate su una sfera trasparente, basta inserire una lampadina circolare nel centro della sfera, arrotolare a cilindro un foglio attorno all'equatore della sfera, accendere la lampadina, e riportare con una matita le proiezioni sul foglio. La cosa è però insoddisfacente, anzitutto perchè due calotte sferiche (determinate dai coni che uniscono il centro della sfera ai bordi del foglio arrotolato) vengono escluse dalla carta: in altre parole, per proiettare tutta la sfera sarebbe necessario un cilindro infinito. Inoltre, più ci si avvicina ai bordi del foglio e più le figure della sfera diventano distorte: in particolare, gli angoli sulla carta non sono uguali a quelli sulla sfera.

I marinai, che usano la bussola fino a quando non la perdono, richiedono alle loro carte due condizioni, di cui solo la prima è soddisfatta dalle proiezioni cilindriche: anzitutto, le direzioni verso il nord devono essere tutte rappresentate da linee verticali; inoltre, le direzioni fornite dalla bussola devono essere rappresentate correttamente rispetto alla direzione nord (ad esempio, se un fiume scorre in direzione nord-est, sulla carta esso deve risultare a  $45^\circ$ ).

---

<sup>0</sup>Da *Tuttoscienze*, n.

Una buona soluzione al problema venne trovata nel 1569 dal cartomante fiammingo Gerhard Kremer, detto Mercatore (perchè il suo cognome significa ‘mercante’), ed essa si trova su tutti gli atlanti (vedi figura). La sua idea fu la seguente: poichè i meridiani sono alla distanza massima all’equatore e minima ai poli, ma sulla carta devono venir rappresentati da linee equidistanti, la scala lungo i paralleli deve progressivamente crescere verso i poli; poichè tutti i paralleli sono rappresentati sulla carta da segmenti della stessa lunghezza, la scala lungo un parallelo è determinata dal rapporto fra la sua lunghezza e quella dell’equatore; e affinchè gli angoli vengano preservati, le scale lungo i meridiani devono crescere della stessa quantità di cui crescono quelle lungo i paralleli. Questo rende *unica* la rappresentazione di una carta soddisfacente alle condizioni dei marinai (a meno della grandezza), ed a Mercatore non rimase che disegnarla.

Poichè l’appetito vien mangiando, ci si può chiedere se, invece di preservare gli angoli, una carta possa preservare le distanze: in altre parole, se esista una carta della sfera, o anche solo di una sua porzione, a scala non variabile (come in quella di Mercatore), ma fissa (come nelle mappe delle città).

Che la risposta sia negativa si può intuire da una esperienza familiare: se cerchiamo di stendere sul tavolo una porzione di sfera, ad esempio un pezzo sufficientemente grande della buccia di un arancio o di un melone, finiamo per deformarla o romperla.

Dimostrare matematicamente la cosa non è molto più complicato, come fece per la prima volta nel 1775 il Bach dei matematici, Leonard Euler. L’osservazione cruciale è che su una sfera la distanza fra due meridiani passanti per due punti sull’equatore decresce andando verso i poli, e tracciare le direzioni dei meridiani richiede soltanto l’uso del compasso, cioè misure di distanze. Il che è una buona notizia, perchè significa che non è necessario nè guardare fuori della terra alle eclissi di luna o alle stelle, nè tanto meno uscire dalla terra per fotografarla dallo spazio, per accorgersi che essa è una sfera.

La stessa cosa dovrebbe però succedere anche in una carta in scala: ma sul piano i meridiani passanti per due punti sono rette parallele, e quindi sempre alla stessa distanza. Il che è una cattiva notizia, perchè significa che tutte le carte a scala fissa, come quelle stradali o geografiche, sono sbagliate: ma, poichè per territori piccoli le distorsioni sono minime, solo i latifondisti avranno dei problemi, come è certo giusto che abbiano.