Osservazioni sugli errori

Delle tre possibilità di misura quella indiretta è da preferire.
La misura diretta è valida se effettuata col goniometro messo nello strumento …..e poi bisogna vedere come metterlo….non è facile.
Quella rifatta disegnando sul foglio ha scopi esclusivamente didattici (i ragazzini non conoscono l'arctan) ma nella misura aggiungi errori su errori ….oltre alla misura di b e h , errori nel riportare sul foglio le misure b e h, errori nel tratto e nella perpendicolarità, errori nella nuova misura col goniometro …….

La stima dell'errore che fai sulle sette misure è …….

media = (53,9+53,8+52,6+54,1+52,7+52,6+54,2)°/7 = 53,414° =~**53,4°**
errore massimo = (54,2-52,6)°/2 = **0,8°**

Spesso si calcola la deviazione standard e poi si usa una o due deviazioni supponendo che l'errore sia dovuto ha fenomeni indipendenti e casuali (Gaussiano)

Errore con la deviazione standard $\sigma_{\mathrm{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}}$

σ = 0,742582367 =0,7 o 0,8 per eccesso qui non cambia

Tuttavia la deviazione standard tende a diminuire in base al numero delle misure effettuate (come l'inverso della radice delle misure) e quindi con più postazioni (ugualmente precise) si potrebbe pensare di limare un pò questa stima dell'errore usando questa formula

Determinazione della circonferenza terrestre

differenza di altezza= **6,6°±1,3°**

distanza = 696 km±3 km

Misure che producono un risultato massimo:
360,0° x (696+3) km / (6,6-1,3)° = **47479,245** km

Misura che producono un risultato minimo:
360,0° x (696-3): (6,6+1,3)° = **31579,746** km

Misura più probabile: km (47479,245 + 31579,746) /2 = **~39429 km**

Errore assoluto: km (47479,245 - 31579,746) /2 = **~7949 km**

Circonferenza terrestre in migliaia di chilometri (106 m):

(39,4 ± 7,9) migliaia di km

Il problema è ora quello di combinare fra loro i due valori, entrambi dotati di un errore (**±1,3°** per l'angolo e **±3 km** per la distanza).

Si utilizza per la stima di una misura derivata solitamente la seguente formula (o analoga con i valori assoluti)

$$\Delta f = \Delta f\left(x_1, x_2, ..., x_n, \Delta x_1, \Delta x_2, ..., \Delta x_n\right) = \left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i\right)^2\right)^{1/2},$$

Nel nostro caso f è la misura del raggio che è funzione della distanza e della differenza angolare

R= 360 * d / α

$\Delta R = \sqrt{(360 \cdot \Delta d / \alpha)^2 + (360 \cdot d \cdot \Delta\alpha / \alpha^2)^2}$ =7479 che è un valore un po' più basso rispetto a quello che avevi calcolato con errore max e min

Se calcoliamo i due contributi sotto radice = $163.64^2 + 7477{,}7^2$ è chiaro che ciò che contribuisce maggiormente all'errore è il secondo contributo , cosa che ci si poteva aspettare banalmente poiché la stima dell'angolo presenta un errore del 20% mentre quella della distanza dello 0,5% E' chiaro che la valutazione dell'angolo deve essere (per quanto possibile) più accurata mentre è meno importante la misura della distanza sulla carta geografica

Per questo è molto importante misurare un ombra di lunghezza grande (usando uno gnomone alto o con il metodo della finestra) perché in tal modo si riduce l'errore percentuale al patto di non porsi in condizione di avere difficoltà nell'effettuare la rilevazione del foro per l'effetto di penombra (forse con il cartoncino bucato sullo gnomone) .

Cifre significative

Rileggendo la tua mail ho visto che non avevo risposto al quesito che mi hai posto relativo alle cifre significative ci provo ora:
Tanto per sintetizzare ti dico che le tue valutazioni sulle cifre significative relative all'errore sul calcolo dell'angolo sono per quel che penso corrette

Tutto ciò che segue lo scrivo riferendomi ad una ipotetica misura h=200mm b=100 mm errore 1mm

alfa= 63,435 errore calcolato col metodo del calcolatore (max-min)/2 = 0,344

Tu trovi come errore 0,3 approssimando per difetto (questo viene fuori dal calcolatore) e riportato l'angolo con i decimi di grado che corrispondono alla cifra significativa dell'errore calcolato , è corretto.

Indicare un errore di 0,34 ha senso soltanto perché l'errore risulta superiore ma è chiaro che una misura 63, 43 +/- 0,34 i centesimi di grado hanno poco senso con un errore di 3 decimi !!
In un certo senso al limite sarebbe più esatto 63,4 +/- 0,4 ma ha il difetto che errore è più grande

Ho provato ad usare il metodo di propagazione degli errori che ho descritto e trovi sopra e anche su Wikipedia

Trovo con il calcolo un risultato di errore di 0,378 che approssimerei a 0,4 quindi siamo sempre lì la procedura che hai usato nel calcolatore è se vogliamo spartana ma efficace

Nel caso di esempio mi viene = 63,4 +/- 0,4
Non è su questa strada che si può migliorare la precisione della misura ma sulla lunghezza dello gnomone o su altri accorgimenti di calcolo o di precisione nella misura che ti dicevo prima …

P.S.
L'arctg ha la proprietà di smussare un po' gli errori delle misure lineari infatti se tu vedi i risultati siamo partiti da due misure con errore di 1/200 e 1/100 e il risultato ha un errore di 3/500 che è più piccolo del maggiore dei due di partenza