

Réseau d'Eratosthène

L'école-pôle nationale pour le Réseau d'Eratosthène:

Ecole Moyenne “Dante Alighieri” siège “**Vettor Pisani**” Venezia-Lido

tel. et fax 041-5260994

Référendaire prof. Nicola Scarpel

e-mail ns@vialattea.net

web www.vialattea.net/eratostene

Traduction Isabelle Ronvaux, classe III A, Lycée “**E.Q.Visconti**”, Roma

Référendaire prof. Luciana Bartolini

Sommaire

Réseau d'Eratosthène	1
Introduction	2
Les phases du projet	3
La méthode d'Eratosthène	4
Notre méthode	5
Un instrument pour déterminer l'inclination des rayons solaires.	6
Opération de préparation	6
Construction du gnomon	7
Opérations qu'il faut effectuer avant la mesure	8
Détermination de la culmination du Soleil	8
La mesure	9
Mesure de l'ombre	9
Détermination de l'hauteur du Soleil	10
Usage du trou gnomonique	11
Détermination des distances en ligne d'air	12
Les calculs finaux	13
Textes consultés et références	14

Introduction

Notre proposition consiste en une tentative de mesure des dimensions de la Terre en reproduisant, avec les compromis nécessaires, la méthode conçue par Eratosthène au troisième siècle avant Christ.

L'idée naît de l'extrême simplicité de cette technique qui nous ne permettra sûrement pas d'obtenir une mesure très précise du globe mais qui, en revanche, nous offrira la possibilité d'expérimenter une situation de collaboration scientifique entre quelques écoles même très lointaines l'une de l'autre, et disposées plus ou moins sur le même méridien.

En un certain jour et à une certaine heure établis, quelques groupes de garçons et de filles mesureront l'inclinaison des rayons solaires en utilisant de très simples instruments, faciles à trouver. Ils exécuteront quelques calculs et s'échangeront par e-mail les mesures obtenues. On propose aussi une version simplifiée de la méthode.

Dans notre site nous publions une liste des écoles qui ont participé, les résultats, les photos des expériences, les échanges d'observations nécessaires pour améliorer la méthode.

Nous pensons que cette expérience didactique peut être réalisée avec des étudiants dont la tranche d'âge est comprise entre les dernières classes élémentaires et les premières classes d'école moyenne supérieure.

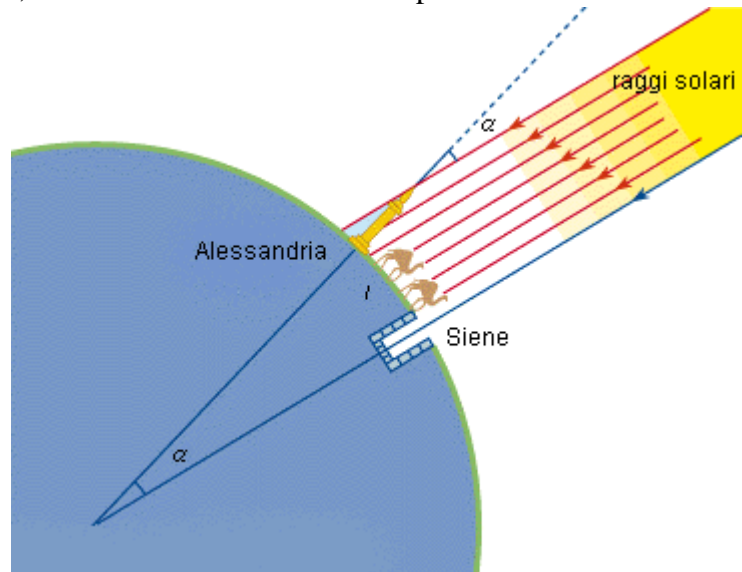
Ce texte a été conçu pour l'usage des enseignants, comme "manuel" pour développer les activités en classe, et comme trace d'une méthodologie commune. Il est tiré de l'hypertexte correspondant visible sur internet à l'adresse <http://www.vialattea.net/eratostene> .

Les phases du projet

1. Récolte des adhésions	Le coordinateur réunit les adhésions d'écoles par e-mail.
2. Création d'une mailing-list des participants	Une personne de référence pour chaque école maintient les contacts avec le coordinateur à l'aide d'une mailing-list
3. Accords sur la méthodologie et sur les dates de l'expérience	A travers la mailing-list on recueille les opinions et les contributions pour perfectionner notre méthode. Chaque école et le coordinateur proposent les jumelages, donc ils se mettent d'accord pour la date de l'expérience.
4. Exécution de la mesuration	Chaque école établit les instruments et exécute la mesuration le jour de la date décidée avec l'école jumelle, au moment de la culmination du Soleil. Le moment de la culmination peut être déterminé quelque jour à l'avance par une méthode empirique ou bien, plus simplement, par le biais d'un formulaire on-line.
5. Recueil et élaboration des résultats	Chaque école détermine l'inclinaison des rayons solaires à partir de la mesure de la longueur de l'ombre, avec un méthode graphique ou bien en utilisant notre "calculatrice on-line". Chaque couple d'écoles compare les propres résultats, détermine la distance en kilomètres entre les deux localités et calcule la circonférence terrestre.
6. Publication	Le coordinateur recueille et publie les résultats des différentes écoles, les comparaisons, la valuation finale du projet, les propositions d'amélioration de la méthode
7. Réjouissances on-line :o)	<i>Ad libitum</i>

La méthode d'Eratosthène

Eratosthène savait que à Siene (l'actuelle Assuan, qui se trouve plus ou moins à 800 km au sud-ouest d'Alexandrie), à un moment précis de l'année, le soleil illuminait le fond des puits. Cet événement se répétait chaque année à midi du solstice d'été et dépendait du fait que les rayons du soleil tombaient verticalement. A ce moment, un petit baton planté à terre n'aurait projeté aucune ombre. Il remarqua qu'à Alexandrie, où il vivait, le même jour et à la même heure les rayons du Soleil n'étaient pas perpendiculaires mais formaient un angle d'environ 7° avec la verticale.



Eratosthène supposa, correctement, que la distance du Soleil de la Terre était très importante et que donc ses rayons étaient presque parallèles lorsqu'ils rejoignaient la surface terrestre. En plus il considérait que la Terre avait une forme sphérique.

La différence d'inclinaison de 7° dépend de la courbure de la surface terrestre qui change le point de vue duquel les habitants des deux villes voient le Soleil.

Il raisonna de cette manière: l'angle de 7° est congruent à l'angle qui a pour sommet le centre de la Terre et donc ses côtés passent respectivement par Alessandria et Siene (en effet il s'agit d'angle convenables). Il s'agit donc d'une "distance angulaire" entre les deux villes, égale à peu près à une cinquantième de l'angle plein.

Ceci signifie aussi que la distance "effective" entre les deux villes (considérée de 5.000 *stades*) équivaut à un cinquantième de la circonférence terrestre.

A ce temps là l'estimation de distances tellement grandes, mesurées avec les pas, était sûrement très imprécise; de plus il est très difficile d'établir une équivalence exacte entre le *stade* et le mètre actuel. En conséquence ce n'est pas facile de déterminer la marge d'erreur des résultats obtenus par Eratosthène.

La longueur du *stade* grec est une mesure très incertaine variant de 154 mètres à 215 mètres. Selon les opinions les plus sûres, le *stade* utilisé par Eratosthène correspondait à 185 mètres actuels: il en résulterait ainsi une circonférence terrestre de 46.265 km, une notion qui, malgré le bon, en tenant compte de l'imprécision des instruments utilisés et des suppositions de cette période. Selon d'autres auteurs, Eratosthène s'en approcha bien plus: le *stade* devait être long 157,5 mètres et donc la circonférence calculée par lui correspondait à 39.690 km, une notion déconcertante d'actualité!

Notre méthode

En cherchant de suivre le plus possible le méthode d'Eratosthène, nous mesurons l'inclination des rayon solaires depuis deux ou plusieurs localités différentes, situées plus ou moins sur le meme méridien, mais quelques unes situées au Nord et des autres au Sud. L'évaluation doit arriver au moment du **véritable midi local**, c'est à dire quand le Soleil rejoint le maximum de son hauteur par rapport à l'horizon (**culmination** ou **transit au méridien local**)

Chaque couple d'écoles pourra faire l'expérience en s'accordant sur une date bien précise. On cherchera tout de meme à travailler tous dans la meme période.

Le moment de **culmination** du Soleil ne correspond pas à 12 heures des montres et il est donc nécessaire de le déterminer. Il change de localité en localité et dépend surtout de la **différence de longitude** qui sépare chaque localité du **méridien central du fuseau**. Il existe en plus une petite variation saisonnière due surtout au mouvement non uniforme de la Terre dans son orbite elliptique autour du Soleil (**Equation du Temps**).

Il existe deus méthodes alternatives pour déterminer le moment de culmination, exposées de suite.

En tout cas, le jour fixé, en connaissant le moment de culmination, chaque position pourra se préparer avec l'avance nécessaire pour exécuter correctement le mesuration de la hauteur du Soleil.

La mesuration doit etre faite avec des simples instruments qui exigent tout de meme une certaine précision.

Il s'agit de projeter l'ombre d'un style vertical (ou bien le point de lumière qui sort d'un petit trou) sur une surface plane horizontale, de mesurer la longueur de l'ombre et la longueur du style avec la plus grande précision possible, donc de déterminer l'angle que les rayons solaires forment par rapport au plan horizontal.

Pour déterminer cet angle on se sert d'une méthode graphique fondée sur la reproduction graphique d'un triangle et sur **l'usage d'un goniomètre** ou alors on se sert d'une méthode trigonométrique qui consiste à **calculer l'arctangente** du rapport entre la longueur du style et la longueur de l'ombre (nous proposons l'usage d'une autre "calculatrice online"
<http://www.vialattea.net/eratostene/arctan.html>).

Les étudiants d'une classe qui participe l'expérience, se diviseront en petit groupes (de quatre ou cinq membres) pour formere quelques **positions**. Chaque petit group (position) exécutera la mesuration avec ses propres intruments. A la fin on recueillera les valeurs des angles obtenus et on calculera la moyenne arithmétique. Cette valeur moyenne sera la notion à confronter avec l'école jumelle située au Nord ou au Sud. Nous nous accorderons aussi pour l'éventuel calcul de l'erreur absolu (différence entre valeur maximale et minimale), utile pour introduire de simples considérations à propos des erreurs dans les mesurations. Chaque couple d'école pourra, enfin, exécuter les calculs finaux pour estimer la longueur de la circonférence terrestre.

Tous le reultats parviendront au coordinateur qui les publiera dans le site de référence.

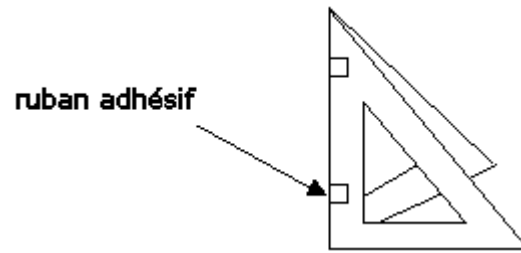
Un instrument pour déterminer l'inclinaison des rayons solaires.

Opération de préparation.

Nous proposons un matériel très simple et relativement précis. Pour chaque position sont nécessaires:

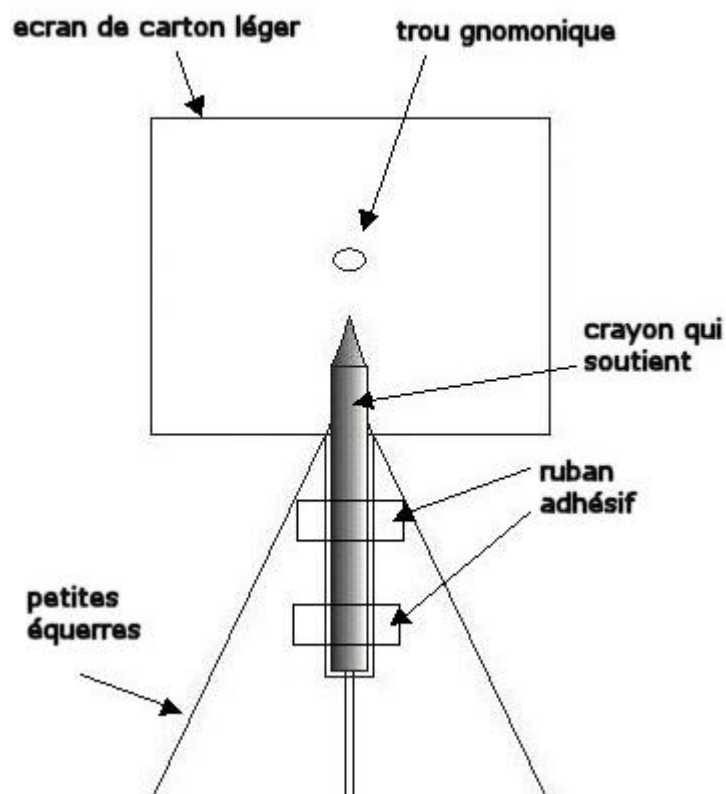
<i>Matériel</i>	<i>A quoi sert-il</i>
Une petite table	Le petite table, ou n'importe quel plan horizontal, sert comme appui pour les instruments. Elle doit être exposée au soleil à l'heure de la prise de données.
Deux petites équerres à dessin	La combinaison des deux petites équerres sert pour trouver la verticalité.
Une feuille de papier blanche	Sur la feuille de papier on projettera l'ombre du gnomon et on inscrira les points pour son calcul. Il doit être disposé au-dessus de la petite table. Il doit être assez grand pour contenir l'ombre du gnomon.
Un carton léger , a peu près 15x15 cm	Il sert pour construire l'écran sur lequel on pratique un trou (trou gnomonique) à travers lequel passera un rayon de soleil. L'écran doit être assez grand pour produire une ombre de contraste, mais il ne doit pas être trop encombrant.
Un crayon et du ruban adhésif	Pour fixer l'écran au gnomon.
Un levier	Pour mettre en position la petite table de façon à obtenir un plan horizontal

Construction du gnomon



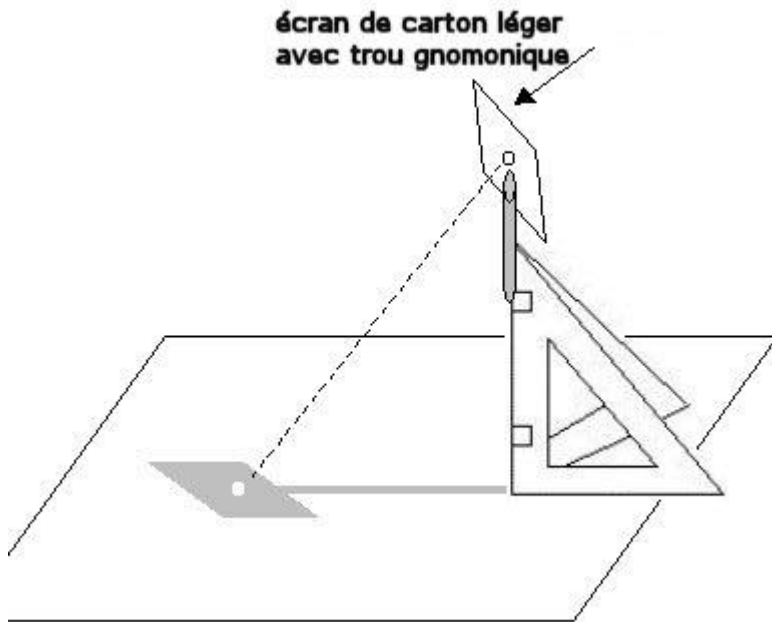
a) Par la terme **gnomon** on entend un stylo ou un batonnet utilisé pour projeter une ombre sur les méridiens. Notre gnomon doit être vertical. On attache ensemble les deux petites équerres le long d'un de leurs cotés, en utilisant du ruban adhésif.

b) Maintenant on construit **l'écran avec un trou** (trou gnomonique): on pratique un petit trou rond sur le carton léger de papier (quelqu'un conseille comme diamètre pour le trou $1/210$ de la hauteur du gnomone, donc 1 millimètre pour chaque 25 centimètre de hauteur), après on attache le carton léger à un crayon en utilisant du ruban adhésif. Toujours avec du ruban adhésif, le crayon doit être fixé sur la pointe des deux petites équerres, le long de leur bord en commun.



L'instrument est comme ça complet et prêt pour l'usage.

Opérations qu'il faut effectuer avant la mesure



papier, et celle-ci à la petite table.

Après avoir pris des accords avec l'école jumelle on détermine le moment de culmination du Soleil dans sa propre localité. Donc, dans la journée choisie, on peut procéder avec la mesure.

Détermination de la culmination du Soleil

Après avoir concordé le jour de l'expérience, chaque couple d'écoles doit effectuer la mesure à un moment précis: la culmination du Soleil (voir <http://www.vialattea.net/eratostene/cosmimetria/culm.htm>)

Après l'aube, au cours de la matinée, le Soleil monte en hauteur jusqu'à traverser le méridien du lieu, où il rejoint sa distance maximale de l'horizon. A ce moment, qu'on appelle **culmination** ou **transit du Soleil sur le méridien local**, les ombres projetées par les objets sont plus courtes que dans n'importe quel autre moment de la journée.

Ce moment ne correspond pas au midi de notre heure civile, en plus, il est différent pour chaque localité, selon la longitude. Chaque différence de longitude d'un degré entre deux localités correspond à 4 minutes de différence pour le moment de culmination.

Pour être précis, il est nécessaire de tenir compte de cette différence de longitude même pour la mesure des distances entre localités (voir ensuite).

Pour déterminer le moment de culmination du Soleil, voir (<http://www.vialattea.net/eratostene/astrocalc/sole1.html>).

c) On place en plein air une petite table (si cela est possible avec trois pieds) de façon à ce que le plan soit stable et horizontal (il faut contrôler l'horizontalité avec le levier).

d) On dispose la feuille de papier blanc sur la petite table.

e) On place notre instrument de mesure (les petites équerres) au-dessus de la feuille de papier de façon à ce que l'ombre projetée par l'écran (ou bien le petit point lumineux projeté par le trou) tombe à l'intérieur de la feuille de papier. On conseille de fixer avec du ruban adhésif l'instrument à la feuille de

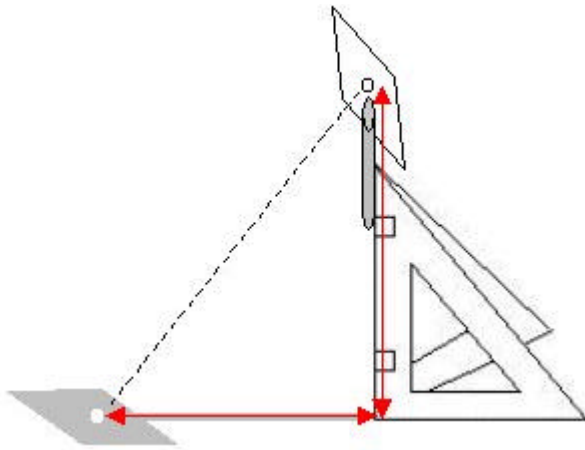
Le mesuration

Mesuration de l'ombre

Le jour fixé et au moment de la culmination du Soleil, après que chaque positionnement a placé les instruments indiqués, on mesure la longueur de l'ombre en **fixant deux points** sur la feuille de papier:

- a) la base du gnomon
- b) le centre du petit point lumineux projeté par le trou gnomonique. A ce propos, voir la page qui contient quelques importantes précisions à propos de l'usage correct du trou gnomonique.

La distance entre ces deux points correspond à la **longueur de l'ombre**. Les mesures dont on a besoin pour déterminer l'inclinaison des rayons solaires sont:

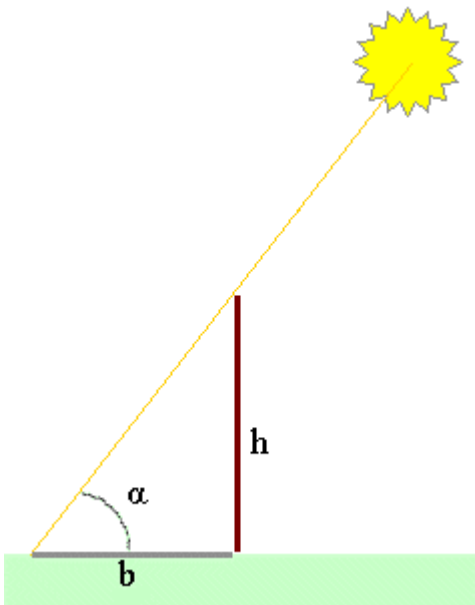


- 1- **longueur du gnomon** (c'est à dire la hauteur du centre du trou gnomonique par rapport à la base d'appui)
- 2- **longueur de l'ombre** projetée par le gnomon (c'est a dire la distance entre la base du gnomon et le centre du point de lumière projeté sur le papier).

Les deux mesures doivent etre **exprimées en millimètres**.

Elles doivent etre reportées dans le tableau A, qu'il faut utiliser pendant la mesuration (tabA.doc)

Détermination de l'hauteur du Soleil



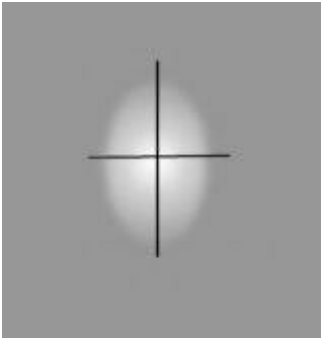
L'angle qu'il faut déterminer est α , formé par les rayons du soleil et la verticale du lieu. Il s'appelle aussi *distance zénithale* du Soleil (c'est la distance angulaire par rapport au zénith).

Il y a deux méthodes:

1. une méthode graphique, qui consiste dans la **reproduction fidèle du dessin du triangle rectangle** formé par le stylo, l'ombre et le segment qui unit le trou gnomonique et le point de lumière projeté sur le papier. Après on mesure l'angle avec un **goniomètre**.
2. Une méthode trigonométrique qui consiste à calculer l'arctangente du rapport entre la hauteur du gnomon (**h**) et la longueur de l'ombre (**b**). On peut utiliser notre [calculatrice en ligne](http://www.vialattea.net/eratostene/altezza/arctan.html): <http://www.vialattea.net/eratostene/altezza/arctan.html>.

Même la valeur de α doit être reportée dans les tableaux alignés (tabA.doc et tabB.doc).

Usage du trou gnomonique



Comme on a décrit à la p.6, sur l'écran de papier on pratique un petit trou (**trou gnomonique**). Le faisceau de rayons solaires qui traversent le trou gnomonique se projette sur la feuille de papier horizontale, en formant un point de lumière ou, pour mieux dire, une **ellipse lumineuse** dont les dimensions et la forme changent en fonction de plusieurs facteurs (hauteur du gnomon, dimensions du trou, inclination des rayons solaires).

L'écran sert à éviter l'éblouissement et faciliter la visualisation du point de lumière. Donc plus grandes sont les dimensions de l'écran, meilleure est la perception visuelle de l'ellipse.

Il est important de se rappeler que:

a- **La hauteur du gnomon** doit être mesurée **de la base d'appui au centre du trou qui à été pratiqué sur le viseur.**

b- **La longueur de l'ombre** qu'il faut considérer dans les calculs successifs est donnée par la distance **entre la base du gnomon et le centre de l'ellipse lumineuse** qui se projette sur le papier.

Déterminer le centre de l'ellipse n'est pas très facile: c'est une opération qui doit être assez rapide pour ne pas perdre le moment de culmination du Soleil et en même temps, suffisamment précise. Il est possible d'identifier ce point "à vue de nez", puisque la forme symétrique même aide pour sa détermination. Plutôt que de signer le point central, il convient tracer à main libre une croix formée les deux axes. Le croisement des deux axes identifie le centre; la croix laissée sur la feuille de papier est plus facilement repérable par rapport à petit point.

Nous proposons, pour plus de précision, d'utiliser la technique du trou gnomonique plutôt que celle du calcul de la longueur de l'ombre d'un stylo ou d'un bâton. En effet, identifier la pointe de l'ombre d'un stylo gnomonique n'est pas facile à cause du phénomène de la pénombre. Avec la méthode simplifiée, au contraire, (classes élémentaires et sixième) on mesure la longueur de l'ombre projetée par le bâton.

Le trou gnomonique est appelé aussi **trou éliotropique** ou **gnomon photosciatérique**. La **photosciatérie**, développée au XVIII^e siècle, est l'étude des montres solaires qui basent la détermination de l'heure sur la projection d'un rayon de lumière à travers un trou, et non pas sur l'ombre du gnomone. Les méridiens "à lumière" à l'intérieur des cathédrales sont un exemple fascinant de l'application de cette technique.

Détermination des distances en ligne d'air

Une des données fondamentales pour calculer les dimensions de notre planète est la distance en ligne d'air entre les deux écoles qui collaborent à l'expérience. Pour faire ça, on utilise une carte géographique de l'Italie et une règle.

1. On mesure la distance en millimètres entre les deux localités.

Pour mesurer cette distance il faut émettre quelques importantes remarques, exposées à l'adresse: <http://www.vialattea.net/eratostene/cosmimetria/distanze.html>

Ces considérations se fondent sur le fait qu'il ne sera pas toujours facile de trouver deux écoles qui se trouvent exactement sur le même méridien.

Quand il y a une sensible différence, il faut mesurer la distance en kilomètres entre les parallèles qui passent par les deux localités plutôt que la distance entre les deux localités.

2. On multiplie cette mesure par le facteur d'échelle et on effectue donc l'équivalence en kilomètres.

Exemple

La carte géographique a une échelle 1 : 3.000.000 et la distance entre les deux localités est de 185 mm.

Distance entre les deux villes:

$$\text{mm } 185 \times 3.000.000 = \text{mm } 555.000.000 = \text{km } 555$$

Une fois ce calcul terminé, on peut procéder à la comparaison des notions et à la détermination de la circonférence terrestre.

Les calculs finaux

Les données nécessaires pour déterminer la circonférence sont:

1. **la différence d'inclination des rayons solaires** entre les deux localités positionnés une au Nord et l'autre au Sud.
2. **la distance en ligne d'air** entre les deux localités des écoles qui mettent en comparaison leurs résultats.

A ce point là, en appelant **dA** la différence en degrés de la hauteur du Soleil entre les deux localités et **D** leur distance en kilomètres, on calcule la circonférence terrestre **C**, en supposant que notre planète a une **forme sphérique**.

$$(1) \quad 360 : dA = C : D$$

$$(2) \quad C = D \times 360 / dA$$

La (1) se fonde sur la relation de proportionnalité directe entre la longueur d'un arc et l'angle au centre correspondant: à chaque angle double, triple, quadruple ... correspondent arcs doubles, triples, quadruples En connaissant donc combien de fois l'angle au centre est compris dans les 360° de l'angle tour, on aura aussi combien de fois la distance entre les deux villes est comprise dans l'entière circonférence terrestre.

Textes consultés et références

G. Romano, *Introduzione all'astronomia – esercitazioni e problemi per lo studio dei fenomeni celesti*, Franco Muzio Editore, Padova, 1993.

Astronomia – la rivista dell'Unione Astrofili Italiani, Almanacco.

Mario Rigutti, *Storia dell'astronomia occidentale – universo sfuggente*, Giunti, Firenze, 1999.

Ferruccio Francescato, *Le scoperte dell'astronomia – cronologia e protagonisti*, Franco Muzio Editore, 1998.

Jean Meeus, *Astronomia con il computer – formule, metodi di calcolo, esempi numerici*. Hoepli, Milano, 1994.

Encyclopédie Britannique, <http://www.britannica.com>

Analemma, <http://www.analemma.com>

Gnomonica, <http://www.gnomonica.it>